41	円の性質①	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30 分	■時■分	■時■分	80 点

円の弧と弦には、次のような性質があります。

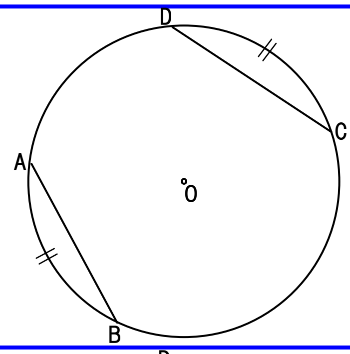
① 1 つの円で、弧の長さが等しければ弦の長さは等しい。

② 1 つの円で、中心角が等しければ弧の長さや弦の長さは等しい。

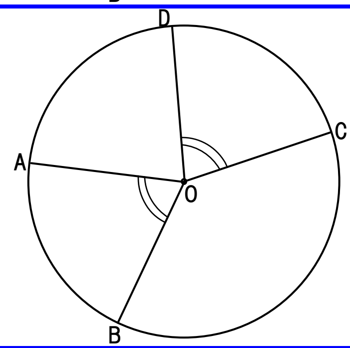
③ 弦の垂直二等分線は、円の中心を通る。

図を利用して、次のことを証明しましょう。(20 点×3 問＝60 点)

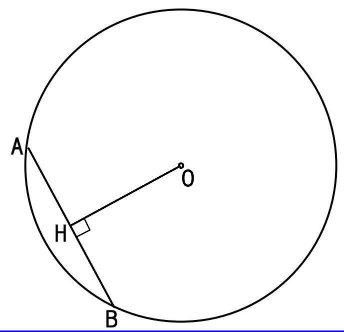
① 1 つの円で、弧の長さが等しければ弦の長さは等しい。



② 1 つの円で、中心角が等しければ弦の長さは等しい。

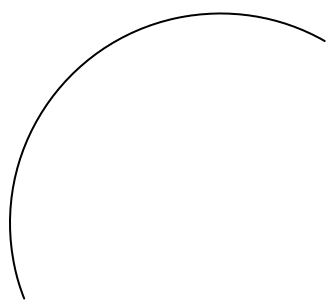


③ 円の中心から弦に引いた垂線は、その弦を 2 等分する。

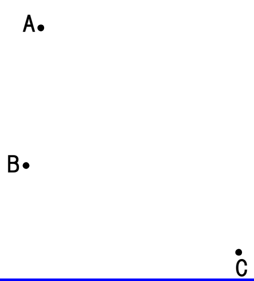


図を利用して、次の方法を説明しましょう。(20 点×2 問＝40 点)

① 円の一部から、円の中心 O を求める方法。



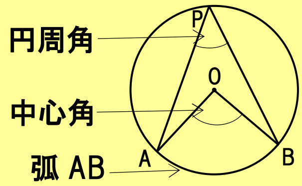
② 3 点 A, B, C を通る円 O を求める方法。



42 円の性質②

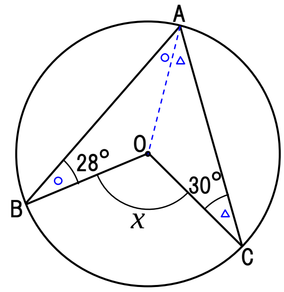
制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

∠APB を $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角といいます。
1 つの弧に対する円周角は等しいです。
∠AOB を $\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角といいます。
中心角は円周角の 2 倍です。



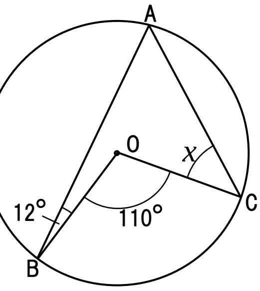
∠x の大きさを求めましょう。(10 点×10 問＝100 点)

例

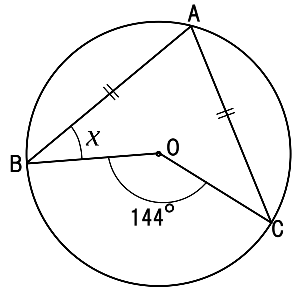


∠BAC＝28°＋30°＝58°
∠x＝58°×2＝116°

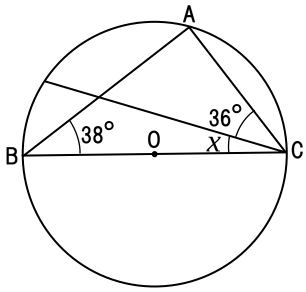
①



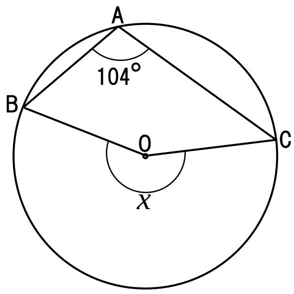
②



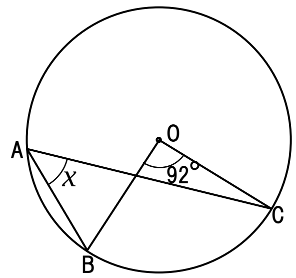
③



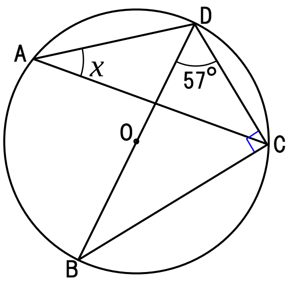
④



⑤

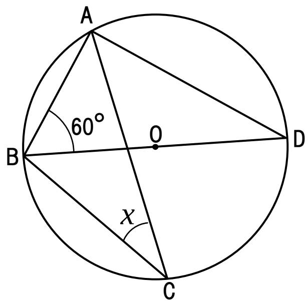


例

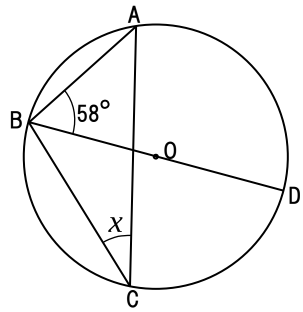


∠CBD＝180°－57°－90°＝33°
∠x＝∠CBD＝33°

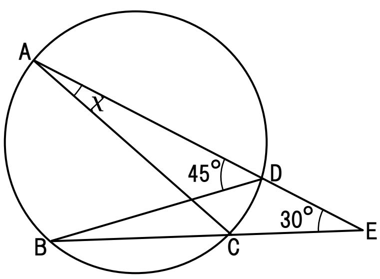
⑥



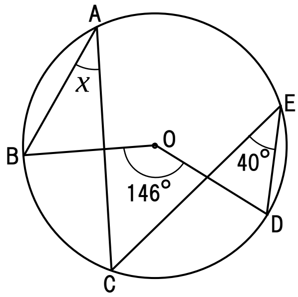
⑦



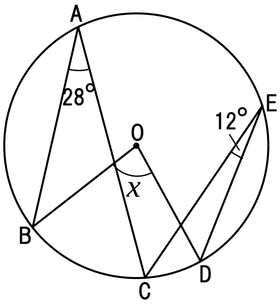
⑧



⑨



⑩

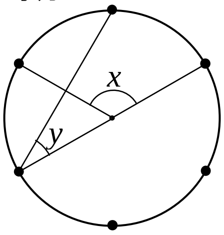


43	円の性質③	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30 分	■時■分	■時■分	80 点

円周を n 等分したとき、中心角 1 つの大きさは 360°÷n、円周角 1 つの大きさは 180°÷n で求めます。

∠x と∠y の大きさを求めましょう。(10 点×5 問＝50 点)

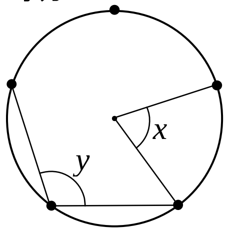
例　円の 6 等分



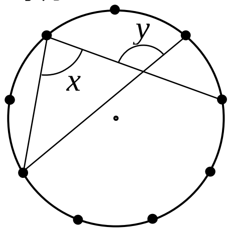
$\angle x = 360° \div 6 \times 2 = 120°$

$\angle y = 180° \div 6 \times 1 = 30°$

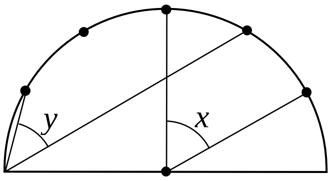
①　円の 5 等分



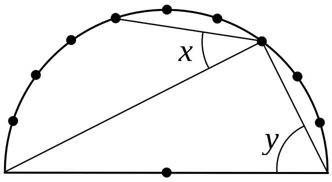
②　円の 9 等分



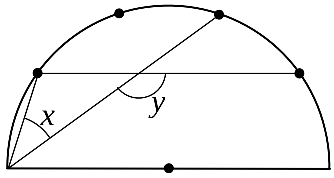
③　半円の 6 等分（円の 12 等分）



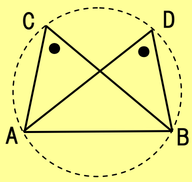
④　半円の 10 等分（円の 20 等分）

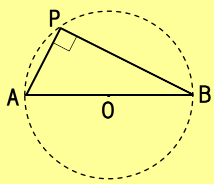


⑤　半円の 5 等分（円の 10 等分）



円周角の定理について、逆もいえます。
∠ACB＝∠ADB ならば、A、B、C、D は同じ円周上にあります。
∠APB＝90°　のとき、点 P は AB を直径とする円周上にあります。

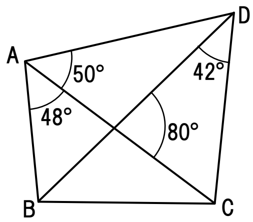




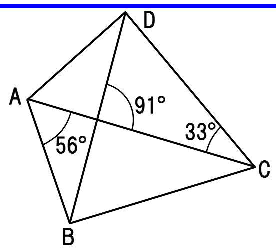
4 点 A、B、C、D が同じ円周上にあるものを 1 つずつ選び、記号に〇をしましょう。(15 点×2 問＝30 点)

①

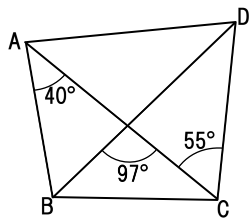
ア



イ

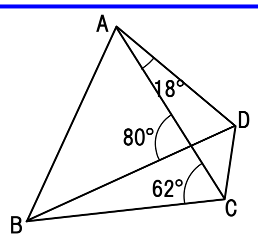


ウ

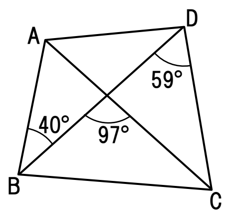


②

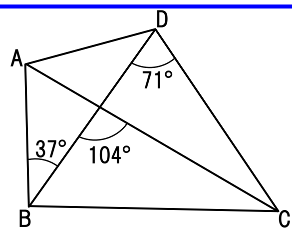
ア



イ

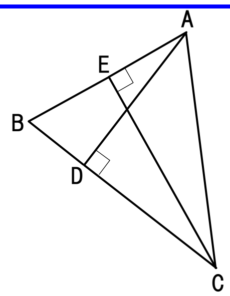


ウ



次のことを証明しましょう。(20 点×1 問＝20 点)

①



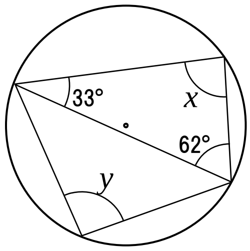
△ABC の A から垂線 AD、C から垂線 CE をひくとき、
4 点 A、C、D、E は同じ円周上にある。

44	円の性質④	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30分	■時■分	■時■分	80点

多角形のすべての頂点が円周上にあるとき、この多角形は円に内接(ないせつ)します。
円に内接する四角形の、向かい合う内角の和は180°で、内角は向かい合う内角の外角に等しくなります。

$\angle x$ と $\angle y$ の大きさを求めましょう。(10点×5問=50点)

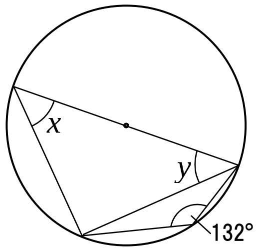
例



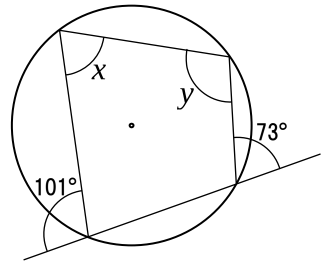
$\angle x = 180° - 33° - 62° = 85°$

$\angle y = 180° - 85° = 95°$

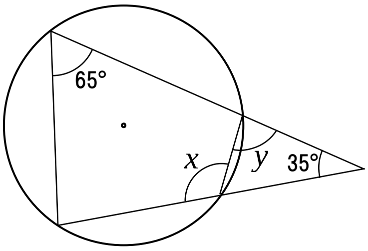
①



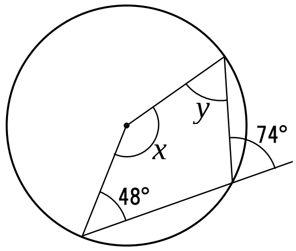
②



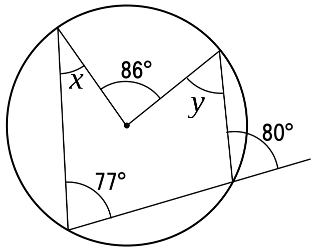
③



④

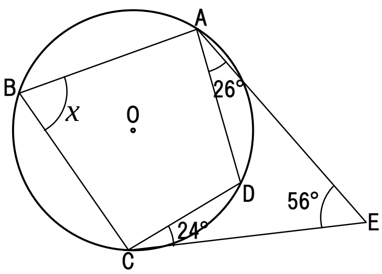


⑤

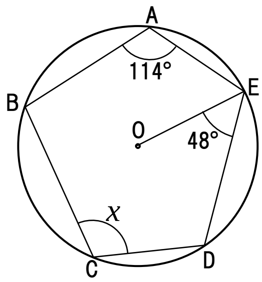


$\angle x$ の大きさを求めましょう。(12点×3問=36点)

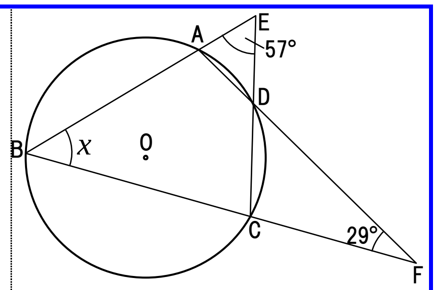
①



②

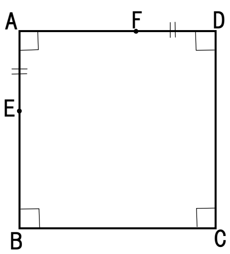


③



次の問題に答えましょう。(14点×1問=14点)

① 正方形ABCDで、AE=DFのとき、正方形ABCD以外で、円に内接する四角形を2つ答えましょう。



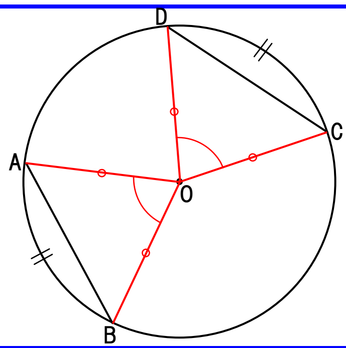
41 円の性質①	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
	30分	■時■分	■時■分	80点

円の弧と弦には、次のような性質があります。
① 1つの円で、弧の長さが等しければ弦の長さは等しい。
② 1つの円で、中心角が等しければ弧の長さや弦の長さは等しい。
③ 弦の垂直二等分線は、円の中心を通る。

図を利用して、次のことを証明しましょう。(20点×3問=60点)

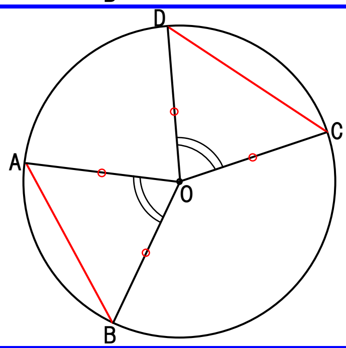
① 1つの円で、弧の長さが等しければ弦の長さは等しい。

△OABと△OCDにおいて、
半径は等しいので、OA=OC、OB=OD…①
弧の長さが等しければ中心角が等しいので、∠AOB=∠COD…②
①②より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、△OAB≡△OCD
合同な三角形の対応する辺は等しいので、AB=CD
したがって、1つの円で、弧の長さが等しければ弦の長さは等しい。



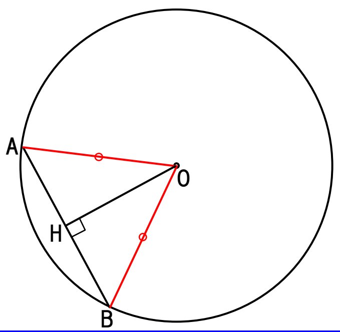
② 1つの円で、中心角が等しければ弦の長さは等しい。

△OABと△OCDにおいて、
半径は等しいので、OA=OC、OB=OD…①
中心角が等しいので、∠AOB=∠COD…②
①②より、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、△OAB≡△OCD
合同な三角形の対応する辺は等しいので、AB=CD
したがって、1つの円で、中心角が等しければ弦の長さは等しい。



③ 円の中心から弦に引いた垂線は、その弦を2等分する。

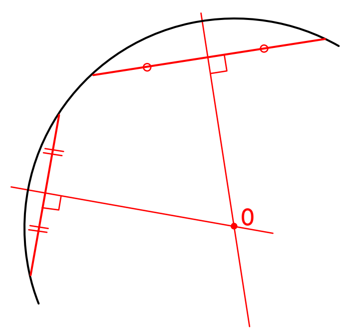
2つの直角三角形△OAHと△OBHにおいて、
半径は等しいので、OA=OB…①
共通な辺なので、OH=OH…②
①②より、斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので、△OAH≡△OBH
合同な三角形の対応する辺は等しいので、AH=BH
したがって、円の中心から弦に引いた垂線は、その弦を2等分する。



図を利用して、次の方法を説明しましょう。(20点×2問=40点)

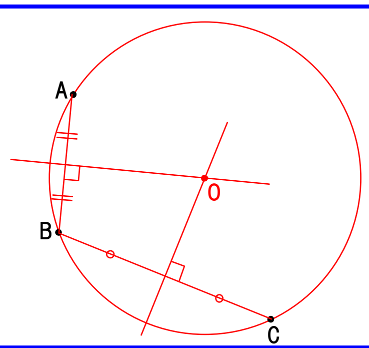
① 円の一部から、円の中心Oを求める方法。

「弦の垂直二等分線は、円の中心を通る。」という性質を利用する。
円の一部に弦を2本引く。
2本の弦の垂直二等分線を引く。
その交点が円の中心Oになる。



② 3点A, B, Cを通る円Oを求める方法。

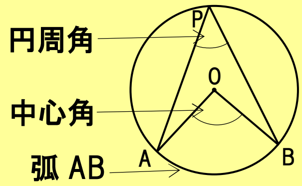
「弦の垂直二等分線は、円の中心を通る。」という性質を利用する。
ABとBCの垂直二等分線を引く。
その交点が円の中心Oになる。
OAかOBかOCを半径として円をかく。



42 円の性質②

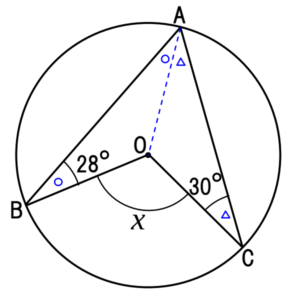
制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

∠APB を $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角といいます。
1 つの弧に対する円周角は等しいです。
∠AOB を $\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角といいます。
中心角は円周角の 2 倍です。



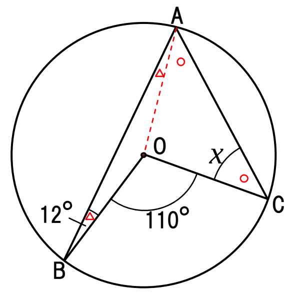
∠x の大きさを求めましょう。(10 点×10 問＝100 点)

例



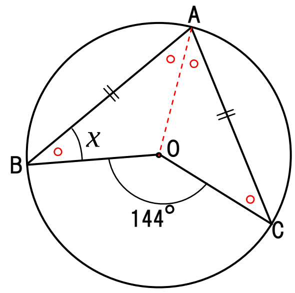
∠BAC＝28°＋30°＝58°
∠x＝58°×2＝116°

①



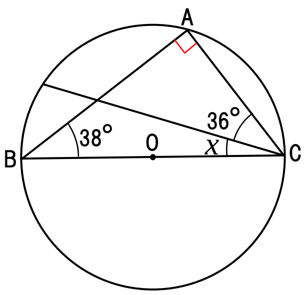
∠BAC＝110°÷2＝55°
∠x＝55°－12°＝43°

②



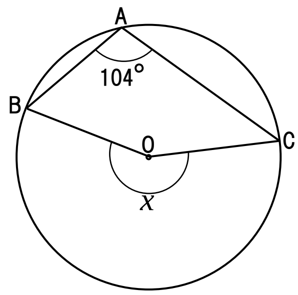
∠BAC＝144°÷2＝72°
∠x＝72°÷2＝36°

③



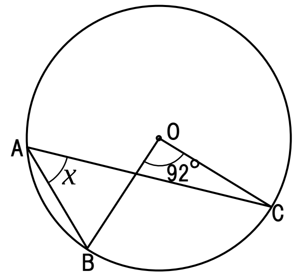
∠ACB＝180°－38°－90°＝52°
∠x＝52°－36°＝16°

④



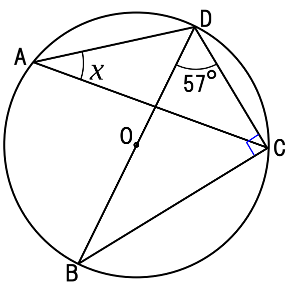
∠x＝104°×2＝208°

⑤



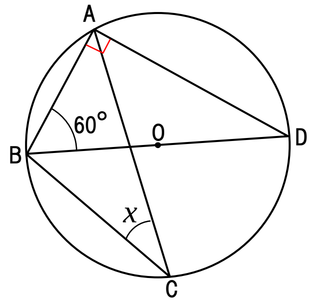
∠x＝92°÷2＝46°

例



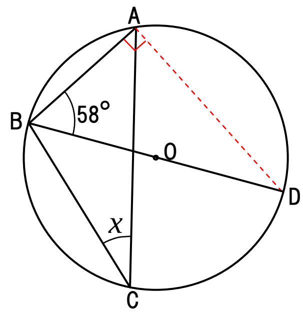
∠CBD＝180°－57°－90°＝33°
∠x＝∠CBD＝33°

⑥



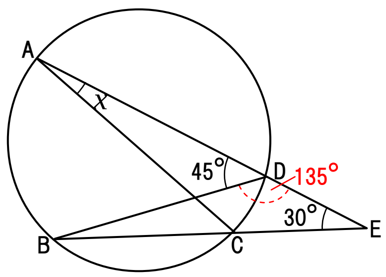
∠ADB＝180°－60°－90°＝30°
∠x＝∠ADB＝30°

⑦



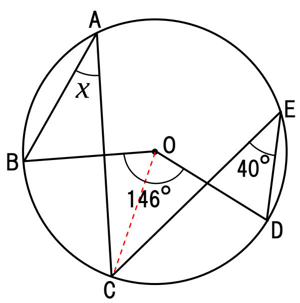
∠ADB＝180°－58°－90°＝32°
∠x＝∠ADB＝32°

⑧



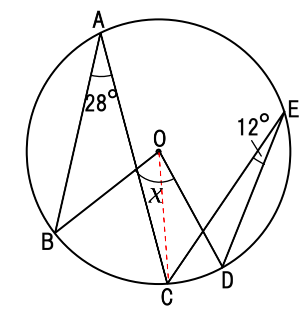
∠CBD＝180°－30°－135°＝15°
∠x＝∠CBD＝15°

⑨



∠COD＝40°×2＝80°
∠x＝(146°－80)÷2＝33°

⑩



∠BAC＋∠CED＝40°
∠x＝40°×2＝80°

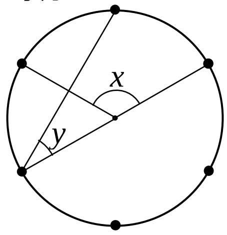
43 円の性質③

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

円周を n 等分したとき、中心角 1 つの大きさは $360°÷n$、円周角 1 つの大きさは $180°÷n$ で求めます。

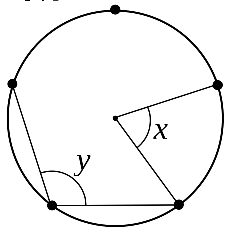
$\angle x$ と $\angle y$ の大きさを求めましょう。(10 点×5 問＝50 点)

例　円の 6 等分



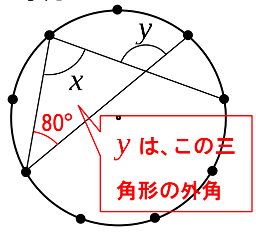
$\angle x=360°÷6×2=120°$
$\angle y=180°÷6×1=30°$

①　円の 5 等分



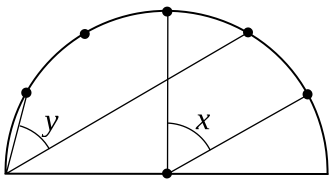
$\angle x=360°÷5×1=72°$
$\angle y=180°÷5×3=108°$

②　円の 9 等分



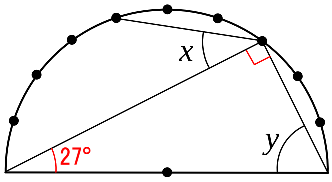
$\angle x=360°÷9×4=160°$
$\angle y=\angle x+80°=240°$

③　半円の 6 等分（円の 12 等分）



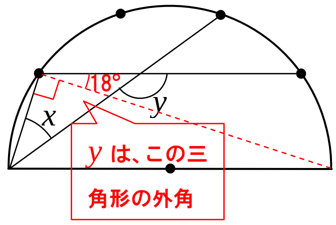
$\angle x=360°÷12×2=60°$
$\angle y=180°÷12×3=45°$

④　半円の 10 等分（円の 20 等分）



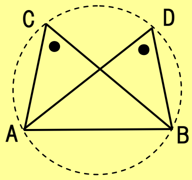
$\angle x=180°÷20×4=36°$
$\angle y=180°-90°-27°=63°$

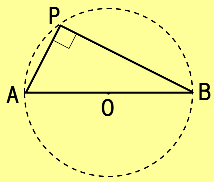
⑤　半円の 5 等分（円の 10 等分）



$\angle x=180°÷10×2=36°$
$\angle y=\angle x+90°+18°=144°$

円周角の定理について、逆もいえます。
∠ACB＝∠ADB ならば、A、B、C、D は同じ円周上にあります。
∠APB＝90° のとき、点 P は AB を直径とする円周上にあります。

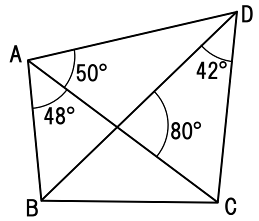




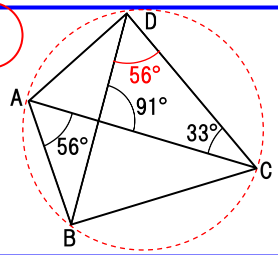
4 点 A、B、C、D が同じ円周上にあるものを 1 つずつ選び、記号に〇をしましょう。(15 点×2 問＝30 点)

①

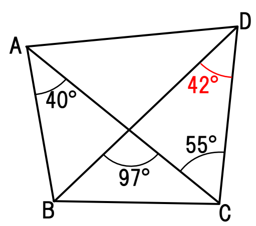
ア



イ

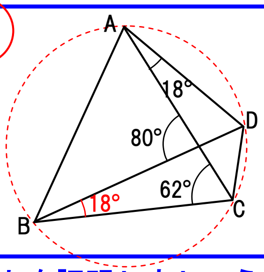


ウ

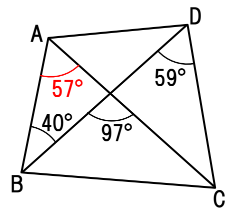


②

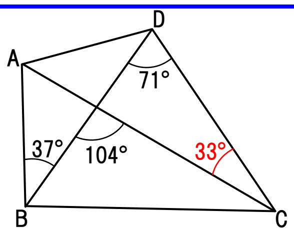
ア



イ

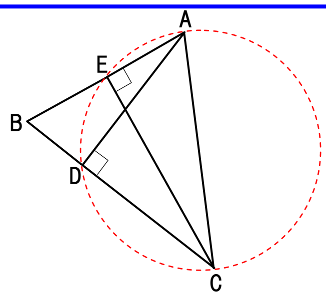


ウ



次のことを証明しましょう。(20 点×1 問＝20 点)

①



△ABC の A から垂線 AD、C から垂線 CE をひくとき、
4 点 A、C、D、E は同じ円周上にある。

AD、CE は垂線だから、∠ADC＝∠CEA＝90°
また、2 点 D、E は線分 AC について同じ側にある。
したがって、4 点 A、C、D、E は同じ円周上にある。

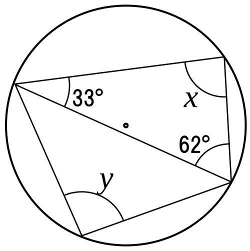
44 円の性質④

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

多角形のすべての頂点が円周上にあるとき、この多角形は円に内接(ないせつ)します。
円に内接する四角形の、向かい合う内角の和は 180°で、内角は向かい合う内角の外角に等しくなります。

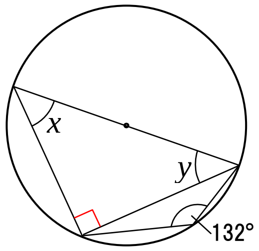
∠x と∠y の大きさを求めましょう。(10 点×5 問＝50 点)

例



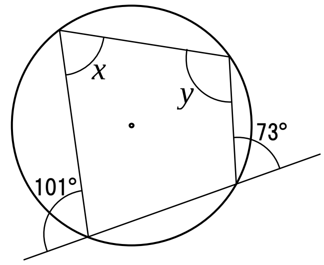
∠x＝180°－33°－62°＝85°
∠y＝180°－85°＝95°

①



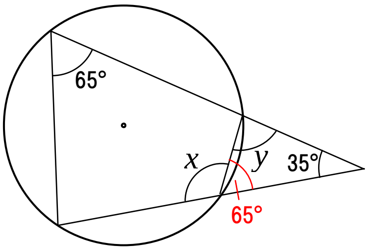
∠x＝180°－132°＝48°
∠y＝180°－48°－90°＝42°

②



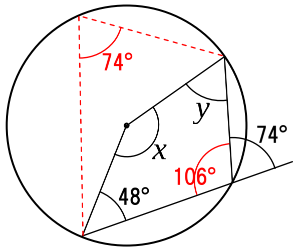
∠x＝73°
∠y＝101°

③



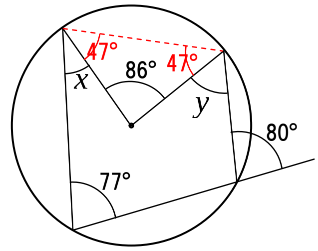
∠x＝180°－65°＝115°
∠y＝180°－35°－65°＝80°

④



∠x＝74°×2＝148°
∠y＝360°－48°－148°－106°＝58°

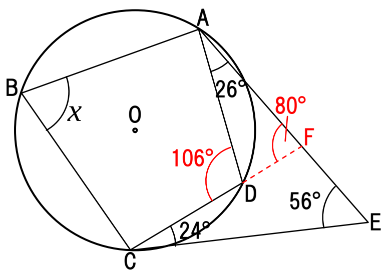
⑤



∠x＝80°－47°＝33°
∠y＝180°－77°－47°＝56°

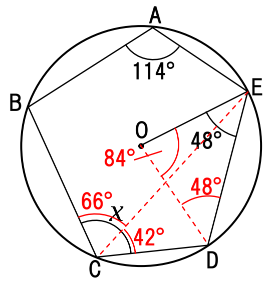
∠x の大きさを求めましょう。(12 点×3 問＝36 点)

①



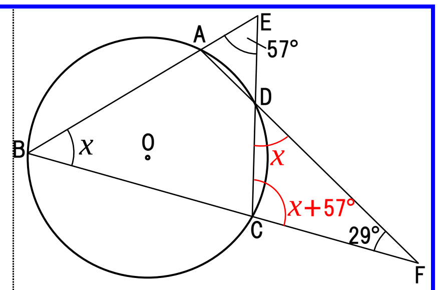
三角形の内角と外角の性質より、
∠AFD＝56°＋24°＝80°
三角形の内角と外角の性質より、
∠ADC＝26°＋80°＝106°
円に内接する四角形の性質より、
∠x＝180°－106°＝74°

②



円に内接する四角形の性質より、
∠BCE＝180°－114°＝66°
OE＝OD で二等辺三角形なので、
∠EOD＝180°－48°－48°＝84°
円周角は中心角の半分なので、
∠ECD＝84°÷2＝42°
∠x＝∠BCE＋∠ECD＝108°

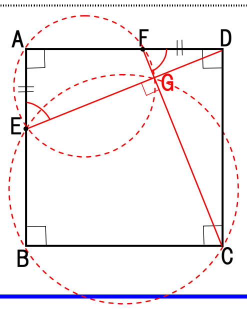
③



円に内接する四角形の性質より、
∠CDF＝x
三角形の内角と外角の性質より、
∠DCF＝x＋57°
△DCF で x＋x＋57°＋29°＝180°
これを解くと、∠x＝47°

次の問題に答えましょう。(14 点×1 問＝14 点)

① 正方形 ABCD で、AE＝DF のとき、正方形 ABCD 以外で、円に内接する四角形を 2 つ答えましょう。



AD＝DC、AE＝DF、∠DAE＝∠CDF＝90°より、
直角三角形の斜辺ともう 1 つの辺が等しいので、△ADE≡△DCF
合同な図形の対応する角は等しいので、∠AEG＝∠DFG
向かい合う内角の外角が等しいので、四角形 AEGF は円に内接する。
円に内接する四角形の性質より、∠EAF＝∠EGC＝90°、∠EBC＝90°
向かい合う内角の和が 180°なので、四角形 BCGE は円に内接する。