

# 21 二次方程式①

制限時間

30分

開始時間

■時■分

終了時間

■時■分

合格点

80点

二次方程式は、因数分解を使って解くことができます。

乗法の公式… $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$      $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

平方の公式… $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$      $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

和と差の積の公式… $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

二次方程式を解きましょう。(4点×15問=60点)

例 $x^2+8x+15=0$ $(x+3)(x+5)=0$ $x=-3, -5$	① $x^2+11x+28=0$	② $x^2+8x-9=0$
③ $x^2-11x+24=0$	④ $x^2-5x-14=0$	⑤ $x^2-x-42=0$
例 $x^2+6x+9=0$ $(x+3)^2=0$ $x=-3$	⑥ $x^2+4x+4=0$	⑦ $x^2+10x+25=0$
⑧ $x^2-16x+64=0$	⑨ $x^2-8x+16=0$	⑩ $x^2-14x+49=0$
例 $x^2-9=0$ $(x+3)(x-3)=0$ $x=-3, 3$	⑪ $x^2-25=0$	⑫ $x^2-169=0$
⑬ $16x^2-144=0$	⑭ $4x^2-64=0$	⑮ $9x^2-81=0$

二次方程式を解きましょう。(4点×10問=40点)

例 $3x^2+16x+5=0$ $(3x+1)(x+5)=0$ $x=-\frac{1}{3}, -5$	① $2x^2+7x+3=0$	② $5x^2-18x-8=0$
③ $7x^2-3x-4=0$	④ $3x^2+4x-15=0$	⑤ $7x^2-23x+18=0$
例 $6x^2+25x+14=0$ $(3x+2)(2x+7)=0$ $x=-\frac{2}{3}, -\frac{7}{2}$	⑥ $15x^2+14x+3=0$	⑦ $6x^2-5x-6=0$
⑧ $10x^2-29x-21=0$	⑨ $12x^2+23x-9=0$	⑩ $14x^2-53x+45=0$

# 22 二次方程式②

制限時間

開始時間

終了時間

合格点

30分

■時■分

■時■分

80点

$x^2=a$  の解は、 $x=\pm\sqrt{a}$  になります。

二次方程式を解きましょう。(5点×5問=25点)

例 $x^2-5=0$ $x^2=5$ $x=\pm\sqrt{5}$	① $x^2-11=0$	② $x^2-12=0$
③ $x^2-45=0$	④ $x^2-36=0$	⑤ $x^2-81=0$

二次方程式を解きましょう。(5点×5問=25点)

例 $5x^2-3=0$ $5x^2=3$ $x=\pm\sqrt{\frac{3}{5}}=\pm\frac{\sqrt{15}}{5}$	① $3x^2-7=0$	② $2x^2-27=0$
③ $7x^2-12=0$	④ $4x^2-11=0$	⑤ $9x^2-8=0$

$(x+m)^2=a$  の解は、( ) ごと考えて  $x+m=\pm\sqrt{a}$  になり、移項して  $x=-m\pm\sqrt{a}$  になります。

二次方程式を解きましょう。(5点×5問=25点)

例 $(x-5)^2-7=0$ $(x-5)^2=7$ $x-5=\pm\sqrt{7}$ $x=5\pm\sqrt{7}$	① $(x-4)^2-6=0$	② $(x-1)^2-18=0$
③ $(x+11)^2-20=0$	④ $(x+6)^2-25=0$	⑤ $(x+2)^2-64=0$

二次方程式を解きましょう。(5点×5問=25点)

例 $3(x-5)^2-7=0$ $(x-5)^2=\frac{7}{3}$ $x=5\pm\sqrt{\frac{7}{3}}=5\pm\frac{\sqrt{21}}{3}$	① $2(x-1)^2-11=0$	② $5(x-2)^2-12=0$
③ $7(x+6)^2-8=0$	④ $4(x+5)^2-27=0$	⑤ $9(x+7)^2-50=0$

# 23 二次方程式③

制限時間

開始時間

終了時間

合格点

30分

■時■分

■時■分

80点

$$ax^2+bx+c=0 \text{ の解の公式} \dots x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$ax^2+2b'x+c=0 \text{ の解の公式} \dots x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2-ac}}{a}$$

二次方程式を解きましょう。(6点×10問=60点)

例 $x^2+5x+2=0$ $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2-4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$	① $x^2+3x+1=0$
② $2x^2+3x-4=0$	③ $3x^2+7x-2=0$
④ $x^2-5x+3=0$	⑤ $x^2-5x-7=0$
例 $3x^2+8x+2=0$ $x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2-3 \times 2}}{3} = \frac{-4 \pm \sqrt{10}}{3}$	⑥ $6x^2+10x+3=0$
⑦ $5x^2+6x-2=0$	⑧ $3x^2-14x+6=0$
⑨ $7x^2-12x-1=0$	⑩ $3x^2-2x-2=0$

√の中は出来るだけ簡単にして、約分しましょう。

二次方程式を解きましょう。(8点×5問=40点)

例 $3x^2+5x+2=0$ $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2-4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3}$ $x = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{6} = \frac{-5 \pm 1}{6} = -\frac{2}{3}, -1$	① $x^2-9x+9=0$
② $4x^2-x-3=0$	③ $2x^2+3x-2=0$
④ $2x^2-8x-1=0$	⑤ $4x^2+12x-7=0$

# 24 二次方程式④

制限時間

30分

開始時間

■時■分

終了時間

■時■分

合格点

80点

二次方程式を解くとき、まず式を整理し、因数分解や平方根や解の公式を利用して解きます。

二次方程式を解きましょう。(5点×15問=75点)

① $0.1x^2+1.5=-0.8x$	② $x(x-8)=-16$	③ $x^2-7x=-7x+9$
④ $0.03x^2+0.16x+0.05=0$	⑤ $x(5x-18)=8$	⑥ $-53x=-14x^2-45$
⑦ $\frac{1}{12}x^2-\frac{5}{12}=0$	⑧ $4(x^2-2)-3=0$	⑨ $0.5x^2-0.3=0$
⑩ $4(x-5)^2-28=0$	⑪ $\frac{(x+6)^2}{2}=\frac{25}{2}$	⑫ $4(x+5)^2-27=0$
⑬ $x^2+5x+2=0$	⑭ $3x^2+8x+2=0$	⑮ $2x^2-8x-1=0$

次の二次方程式が2を解にもつとき、定数  $m$  の値を求めましょう。(5点×5問=25点)

<p>例 <math>3x^2+2mx-m^2=0</math>  <math>3 \times 2^2+2 \times 2m-m^2=0</math>  <math>-m^2+4m+12=0</math>  <math>m^2-4m-12=0</math>  <math>(m+2)(m-6)=0</math>  <math>m=-2、6</math></p>	① $4x^2+5mx+m^2=0$	② $10x^2-3mx-m^2=0$
③ $8x^2-10mx+3m^2=0$	④ $12x^2-23mx+5m^2=0$	⑤ $8x^2-34mx+21m^2=0$

# 25 二次方程式⑤

制限時間

30分

開始時間

■時■分

終了時間

■時■分

合格点

80点

2乗して  $a$  になる数が  $\sqrt{a}$  なので、実数では  $a \geq 0$  になりますが、 $a < 0$  になる数を虚数(きよすう)といいます。

解の公式は  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  なので、 $\sqrt{\quad}$  の中の符号を調べると、実数解が分かります。

方程式の実数解を調べる式を判別式といい、 $D = b^2 - 4ac$  で求めます。

$D > 0$  のとき実数解は2個、 $D = 0$  のとき実数解は1個、 $D < 0$  のとき実数解は0個になります。

$D = 0$  のときの解を重解(じゅうかい)といいます。

二次方程式の実数解の個数をかきましょう。(4点×15問=60点)

例	$3x^2 + 5x + 9 = 0$ $D = 5^2 - 4 \times 3 \times 9$ $= 25 - 108 = -83$ 実数解は0個	①	$x^2 + 6x + 9 = 0$	②	$2x^2 + 3x + 5 = 0$	③	$5x^2 + 9x + 2 = 0$
④	$2x^2 + 4x - 7 = 0$	⑤	$3x^2 + 7x - 1 = 0$	⑥	$x^2 + 8x - 5 = 0$	⑦	$4x^2 + x - 3 = 0$
⑧	$5x^2 - 2x + 8 = 0$	⑨	$5x^2 - 10x + 5 = 0$	⑩	$6x^2 - 3x + 1 = 0$	⑪	$2x^2 - 6x + 4 = 0$
⑫	$x^2 - 7x - 6 = 0$	⑬	$3x^2 - 4x - 9 = 0$	⑭	$4x^2 - x - 2 = 0$	⑮	$7x^2 - 8x - 4 = 0$

次の二次方程式が異なる2つの実数解をもつとき、定数  $m$  の範囲を求めましょう。(5点×3問=15点)

例	$3x^2 - 5x + m = 0$ $(-5)^2 - 4 \times 3 \times m > 0$ $25 - 12m > 0$ $-12m > -25$ $m < \frac{25}{12}$	①	$x^2 + 4x + m = 0$	②	$2x^2 + 6x - m = 0$	③	$5x^2 - 7x - m = 0$
---	--	---	--------------------	---	---------------------	---	---------------------

次の二次方程式が重解をもつとき、定数  $m$  の値を求めましょう。(5点×3問=15点)

例	$2x^2 + 8x - m = 0$ $8^2 + 4 \times 2 \times m = 0$ $64 + 8m = 0$ $8m = -64$ $m = -8$	①	$5x^2 + 2x + m = 0$	②	$4x^2 - 6x + m = 0$	③	$6x^2 - 9x - m = 0$
---	---	---	---------------------	---	---------------------	---	---------------------

( )にあう数や語句をかきましょう。(5点×2問=10点)

①	方程式の実数解を調べる式を判別式といい、 $D = ( \quad )$ で求めます。
②	$D > 0$ のとき実数解は( )個、 $D = 0$ のとき実数解は( )個、 $D < 0$ のとき実数解は( )個になります。

# 26 二次方程式⑥

制限時間

開始時間

終了時間

合格点

30分

■時■分

■時■分

80点

文章問題は、図に表すと分かりやすくなります。

問題に答えましょう。(20点×5問=100点)

例 長さ14cmの直線AB上に点Pをとり、AP、PBをそれぞれ1辺とする正方形を作ります。

2つの正方形の面積の和が $106\text{cm}^2$ であるとき、APの長さを求めましょう。(AP>PBとする)

AP= $x$ とすると、PB= $14-x$

AP>PBより、 $x > 14-x$ なので、 $x > 7$ …①

$$x^2 + (14-x)^2 = 106\text{cm}^2$$

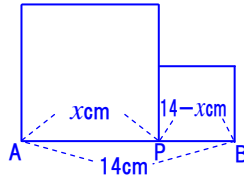
$$x^2 + 196 - 28x + x^2 - 106 = 0$$

$$2x^2 - 28x + 90 = 0$$

$$x^2 - 14x + 45 = 0$$

$$(x-9)(x-5) = 0 \quad x = 9, 5$$

①より $x=9$ 、よってAP=9cm



① 長さ10cmの直線AB上に点Pをとり、AP、PBをそれぞれ1辺とする正方形を作ります。

2つの正方形の面積の和が $60\text{cm}^2$ であるとき、APの長さを求めましょう。(AP>PBとする)

② 縦AB=1とする縦長の長方形ABCDから、横BCを1辺とする正方形BCEFを切り取ります。残りの長方形ADEFと長方形ABCDが相似になるとき、辺BCの長さを求めましょう。

③ AB=AC、BC=1の二等辺三角形ABCで、辺AC上にAD=1となる点Dをとります。 $\triangle BCD$ と $\triangle ABC$ が相似になるとき、辺ABの長さを求めましょう。

④ 横が縦より4cm長い長方形の紙があります。この紙の4隅から1辺3cmの正方形を切り取り、直方体をつくと、容積は $63\text{cm}^3$ になります。このとき、長方形の縦の長さを求めましょう。

⑤ 縦と横の比が1:2の長方形の紙があります。この紙の4隅から1辺2cmの正方形を切り取り、直方体をつくと、容積は $60\text{cm}^3$ になります。このとき、長方形の縦の長さを求めましょう。

# 21 二次方程式①

制限時間

30分

開始時間

■時■分

終了時間

■時■分

合格点

80点

二次方程式は、因数分解を使って解くことができます。

乗法の公式… $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$   $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

平方の公式… $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$   $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

和と差の積の公式… $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

二次方程式を解きましょう。(4点×15問=60点)

例 $x^2+8x+15=0$ $(x+3)(x+5)=0$ $x=-3, -5$	① $x^2+11x+28=0$ $(x+4)(x+7)=0$ $x=-4, -7$	② $x^2+8x-9=0$ $(x+9)(x-1)=0$ $x=-9, 1$
③ $x^2-11x+24=0$ $(x-8)(x-3)=0$ $x=8, 3$	④ $x^2-5x-14=0$ $(x+2)(x-7)=0$ $x=-2, 7$	⑤ $x^2-x-42=0$ $(x+6)(x-7)=0$ $x=-6, 7$
例 $x^2+6x+9=0$ $(x+3)^2=0$ $x=-3$	⑥ $x^2+4x+4=0$ $(x+2)^2=0$ $x=-2$	⑦ $x^2+10x+25=0$ $(x+5)^2=0$ $x=-5$
⑧ $x^2-16x+64=0$ $(x-8)^2=0$ $x=8$	⑨ $x^2-8x+16=0$ $(x-4)^2=0$ $x=4$	⑩ $x^2-14x+49=0$ $(x-7)^2=0$ $x=7$
例 $x^2-9=0$ $(x+3)(x-3)=0$ $x=-3, 3$	⑪ $x^2-25=0$ $(x+5)(x-5)=0$ $x=-5, 5$	⑫ $x^2-169=0$ $(x+13)(x-13)=0$ $x=-13, 13$
⑬ $16x^2-144=0$ $(4x+12)(4x-12)=0$ $x=-3, 3$	⑭ $4x^2-64=0$ $(2x+8)(2x-8)=0$ $x=-4, 4$	⑮ $9x^2-81=0$ $(3x+9)(3x-9)=0$ $x=-3, 3$

二次方程式を解きましょう。(4点×10問=40点)

例 $3x^2+16x+5=0$ $(3x+1)(x+5)=0$ $x=-\frac{1}{3}, -5$	① $2x^2+7x+3=0$ $(2x+1)(x+3)=0$ $x=-\frac{1}{2}, -3$	② $5x^2-18x-8=0$ $(5x+2)(x-4)=0$ $x=-\frac{2}{5}, 4$
③ $7x^2-3x-4=0$ $(7x+4)(x-1)=0$ $x=-\frac{4}{7}, 1$	④ $3x^2+4x-15=0$ $(3x-5)(x+3)=0$ $x=\frac{5}{3}, -3$	⑤ $7x^2-23x+18=0$ $(7x-9)(x-2)=0$ $x=\frac{9}{7}, 2$
例 $6x^2+25x+14=0$ $(3x+2)(2x+7)=0$ $x=-\frac{2}{3}, -\frac{7}{2}$	⑥ $15x^2+14x+3=0$ $(3x+1)(5x+3)=0$ $x=-\frac{1}{3}, -\frac{3}{5}$	⑦ $6x^2-5x-6=0$ $(2x-3)(3x+2)=0$ $x=\frac{3}{2}, -\frac{2}{3}$
⑧ $10x^2-29x-21=0$ $(5x+3)(2x-7)=0$ $x=-\frac{3}{5}, \frac{7}{2}$	⑨ $12x^2+23x-9=0$ $(4x+9)(3x-1)=0$ $x=-\frac{9}{4}, \frac{1}{3}$	⑩ $14x^2-53x+45=0$ $(2x-5)(7x-9)=0$ $x=\frac{5}{2}, \frac{9}{7}$

# 22 二次方程式②

制限時間

開始時間

終了時間

合格点

30分

■時■分

■時■分

80点

$x^2=a$  の解は、 $x=\pm\sqrt{a}$  になります。

二次方程式を解きましょう。(5点×5問=25点)

例 $x^2-5=0$ $x^2=5$ $x=\pm\sqrt{5}$	① $x^2-11=0$ $x^2=11$ $x=\pm\sqrt{11}$	② $x^2-12=0$ $x^2=12$ $x=\pm\sqrt{12}=\pm 2\sqrt{3}$
③ $x^2-45=0$ $x^2=45$ $x=\pm\sqrt{45}=\pm 3\sqrt{5}$	④ $x^2-36=0$ $x^2=36$ $x=\pm\sqrt{36}=\pm 6$	⑤ $x^2-81=0$ $x^2=81$ $x=\pm\sqrt{81}=\pm 9$

二次方程式を解きましょう。(5点×5問=25点)

例 $5x^2-3=0$ $5x^2=3$ $x=\pm\sqrt{\frac{3}{5}}=\pm\frac{\sqrt{15}}{5}$	① $3x^2-7=0$ $3x^2=7$ $x=\pm\sqrt{\frac{7}{3}}=\pm\frac{\sqrt{21}}{3}$	② $2x^2-27=0$ $2x^2=27$ $x=\pm\sqrt{\frac{27}{2}}=\pm\frac{\sqrt{54}}{2}=\pm\frac{3\sqrt{6}}{2}$
③ $7x^2-12=0$ $7x^2=12$ $x=\pm\sqrt{\frac{12}{7}}=\pm\frac{\sqrt{84}}{7}=\pm\frac{2\sqrt{21}}{7}$	④ $4x^2-11=0$ $4x^2=11$ $x=\pm\sqrt{\frac{11}{4}}=\pm\frac{\sqrt{11}}{2}$	⑤ $9x^2-8=0$ $9x^2=8$ $x=\pm\sqrt{\frac{8}{9}}=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$(x+m)^2=a$  の解は、( ) ごと考えて  $x+m=\pm\sqrt{a}$  になり、移項して  $x=-m\pm\sqrt{a}$  になります。

二次方程式を解きましょう。(5点×5問=25点)

例 $(x-5)^2-7=0$ $(x-5)^2=7$ $x-5=\pm\sqrt{7}$ $x=5\pm\sqrt{7}$	① $(x-4)^2-6=0$ $(x-4)^2=6$ $x-4=\pm\sqrt{6}$ $x=4\pm\sqrt{6}$	② $(x-1)^2-18=0$ $(x-1)^2=18$ $x-1=\pm\sqrt{18}$ $x=1\pm 3\sqrt{2}$
③ $(x+11)^2-20=0$ $(x+11)^2=20$ $x+11=\pm\sqrt{20}$ $x=-11\pm 2\sqrt{5}$	④ $(x+6)^2-25=0$ $(x+6)^2=25$ $x+6=\pm\sqrt{25}$ $x=-6\pm 5=-1, -11$	⑤ $(x+2)^2-64=0$ $(x+2)^2=64$ $x+2=\pm\sqrt{64}$ $x=-2\pm 8=6, -10$

二次方程式を解きましょう。(5点×5問=25点)

例 $3(x-5)^2-7=0$ $(x-5)^2=\frac{7}{3}$ $x=5\pm\sqrt{\frac{7}{3}}=5\pm\frac{\sqrt{21}}{3}$	① $2(x-1)^2-11=0$ $(x-1)^2=\frac{11}{2}$ $x=1\pm\sqrt{\frac{11}{2}}=1\pm\frac{\sqrt{22}}{2}$	② $5(x-2)^2-12=0$ $(x-2)^2=\frac{12}{5}$ $x=2\pm\sqrt{\frac{12}{5}}=2\pm\frac{2\sqrt{15}}{5}$
③ $7(x+6)^2-8=0$ $(x+6)^2=\frac{8}{7}$ $x=-6\pm\sqrt{\frac{8}{7}}=-6\pm\frac{2\sqrt{14}}{7}$	④ $4(x+5)^2-27=0$ $(x+5)^2=\frac{27}{4}$ $x=-5\pm\sqrt{\frac{27}{4}}=-5\pm\frac{3\sqrt{3}}{2}$	⑤ $9(x+7)^2-50=0$ $(x+7)^2=\frac{50}{9}$ $x=-7\pm\sqrt{\frac{50}{9}}=-7\pm\frac{5\sqrt{2}}{3}$



# 23 二次方程式③

制限時間

開始時間

終了時間

合格点

30分

■時■分

■時■分

80点

$$ax^2+bx+c=0 \text{ の解の公式} \dots x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$ax^2+2b'x+c=0 \text{ の解の公式} \dots x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2-ac}}{a}$$

二次方程式を解きましょう。(6点×10問=60点)

<p>例 <math>x^2+5x+2=0</math></p> $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2-4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$	<p>① <math>x^2+3x+1=0</math></p> $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2-4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$
<p>② <math>2x^2+3x-4=0</math></p> $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2-4 \times 2 \times (-4)}}{2 \times 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{4}$	<p>③ <math>3x^2+7x-2=0</math></p> $x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2-4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} = \frac{-7 \pm \sqrt{73}}{6}$
<p>④ <math>x^2-5x+3=0</math></p> $x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2-4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$	<p>⑤ <math>x^2-5x-7=0</math></p> $x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2-4 \times 1 \times (-7)}}{2 \times 1} = \frac{5 \pm \sqrt{53}}{2}$
<p>例 <math>3x^2+8x+2=0</math></p> $x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2-3 \times 2}}{3} = \frac{-4 \pm \sqrt{10}}{3}$	<p>⑥ <math>6x^2+10x+3=0</math></p> $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2-6 \times 3}}{6} = \frac{-5 \pm \sqrt{7}}{6}$
<p>⑦ <math>5x^2+6x-2=0</math></p> $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2-5 \times (-2)}}{5} = \frac{-3 \pm \sqrt{19}}{5}$	<p>⑧ <math>3x^2-14x+6=0</math></p> $x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2-3 \times 6}}{3} = \frac{7 \pm \sqrt{31}}{3}$
<p>⑨ <math>7x^2-12x-1=0</math></p> $x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2-7 \times (-1)}}{7} = \frac{6 \pm \sqrt{43}}{7}$	<p>⑩ <math>3x^2-2x-2=0</math></p> $x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2-3 \times (-2)}}{3} = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{3}$

√の中は出来るだけ簡単にして、約分しましょう。

二次方程式を解きましょう。(8点×5問=40点)

<p>例 <math>3x^2+5x+2=0</math></p> $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2-4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3}$ $x = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{6} = \frac{-5 \pm 1}{6} = -\frac{2}{3}, -1$	<p>① <math>x^2-9x+9=0</math></p> $x = \frac{9 \pm \sqrt{(-9)^2-4 \times 1 \times 9}}{2 \times 1}$ $x = \frac{9 \pm \sqrt{45}}{2} = \frac{9 \pm 3\sqrt{5}}{2}$
<p>② <math>4x^2-x-3=0</math></p> $x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2-4 \times 4 \times (-3)}}{2 \times 4}$ $x = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{8} = \frac{1 \pm 7}{8} = 1, -\frac{3}{4}$	<p>③ <math>2x^2+3x-2=0</math></p> $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2-4 \times 2 \times (-2)}}{2 \times 2}$ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4} = \frac{1}{2}, -2$
<p>④ <math>2x^2-8x-1=0</math></p> $x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2-2 \times (-1)}}{2}$ $x = \frac{4 \pm \sqrt{18}}{2} = \frac{4 \pm 3\sqrt{2}}{2}$	<p>⑤ <math>4x^2+12x-7=0</math></p> $x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2-4 \times (-7)}}{4}$ $x = \frac{-6 \pm \sqrt{64}}{4} = \frac{-6 \pm 8}{4} = \frac{1}{2}, -\frac{7}{2}$

# 24 二次方程式④

制限時間

30分

開始時間

■時■分

終了時間

■時■分

合格点

80点

二次方程式を解くとき、まず式を整理し、因数分解や平方根や解の公式を利用して解きます。

二次方程式を解きましょう。(5点×15問=75点)

① $0.1x^2+1.5=-0.8x$ $0.1x^2+0.8x+1.5=0$ $x^2+8x+15=0$ $(x+3)(x+5)=0$ $x=-3, -5$	② $x(x-8)=-16$ $x^2-8x+16=0$ $(x-4)^2=0$ $x-4=0$ $x=4$	③ $x^2-7x=-7x+9$ $x^2-7x+7x-9=0$ $x^2-9=0$ $(x+3)(x-3)=0$ $x=-3, 3$
④ $0.03x^2+0.16x+0.05=0$ $3x^2+16x+5=0$ $(3x+1)(x+5)=0$ $x=-\frac{1}{3}, -5$	⑤ $x(5x-18)=8$ $5x^2-18x-8=0$ $(5x+2)(x-4)=0$ $x=-\frac{2}{5}, 4$	⑥ $-53x=-14x^2-45$ $14x^2-53x+45=0$ $(2x-5)(7x-9)=0$ $x=\frac{5}{2}, \frac{9}{7}$
⑦ $\frac{1}{12}x^2-\frac{5}{12}=0$ $x^2-5=0$ $x^2=5$ $x=\pm\sqrt{5}$	⑧ $4(x^2-2)-3=0$ $4x^2-11=0$ $4x^2=11$ $x=\pm\sqrt{\frac{11}{4}}=\pm\frac{\sqrt{11}}{2}$	⑨ $0.5x^2-0.3=0$ $5x^2-3=0$ $5x^2=3$ $x=\pm\sqrt{\frac{3}{5}}=\pm\frac{\sqrt{15}}{5}$
⑩ $4(x-5)^2-28=0$ $(x-5)^2-7=0$ $(x-5)^2=7$ $x-5=\pm\sqrt{7}$ $x=5\pm\sqrt{7}$	⑪ $\frac{(x+6)^2}{2}=\frac{25}{2}$ $(x+6)^2=25$ $x+6=\pm\sqrt{25}$ $x=-6\pm 5=-1, -11$	⑫ $4(x+5)^2-27=0$ $(x+5)^2=\frac{27}{4}$ $x=-5\pm\sqrt{\frac{27}{4}}=-5\pm\frac{3\sqrt{3}}{2}$
⑬ $x^2+5x+2=0$ $x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times 1\times 2}}{2\times 1}$ $=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$	⑭ $3x^2+8x+2=0$ $x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-3\times 2}}{3}$ $=\frac{-4\pm\sqrt{10}}{3}$	⑮ $2x^2-8x-1=0$ $x=\frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-2\times(-1)}}{2}$ $x=\frac{4\pm\sqrt{18}}{2}=\frac{4\pm 3\sqrt{2}}{2}$

次の二次方程式が2を解にもつとき、定数  $m$  の値を求めましょう。(5点×5問=25点)

例 $3x^2+2mx-m^2=0$ $3\times 2^2+2\times 2m-m^2=0$ $-m^2+4m+12=0$ $m^2-4m-12=0$ $(m+2)(m-6)=0$ $m=-2, 6$	① $4x^2+5mx+m^2=0$ $4\times 2^2+5\times 2m+m^2=0$ $m^2+10m+16=0$ $(m+2)(m+8)=0$ $m=-2, -8$	② $10x^2-3mx-m^2=0$ $10\times 2^2-3\times 2m-m^2=0$ $-m^2-6m+40=0$ $m^2+6m-40=0$ $(m-4)(m+10)=0$ $m=4, -10$
③ $8x^2-10mx+3m^2=0$ $8\times 2^2-10\times 2m+3m^2=0$ $3m^2-20m+32=0$ $(3m-8)(m-4)=0$ $m=\frac{8}{3}, 4$	④ $12x^2-23mx+5m^2=0$ $12\times 2^2-23\times 2m+5m^2=0$ $5m^2-46m+48=0$ $(5m-6)(m-8)=0$ $m=\frac{6}{5}, 8$	⑤ $8x^2-34mx+21m^2=0$ $8\times 2^2-34\times 2m+21m^2=0$ $21m^2-68m+32=0$ $(7m-4)(3m-8)=0$ $m=\frac{4}{7}, \frac{8}{3}$

# 25 二次方程式⑤

制限時間

30分

開始時間

■時■分

終了時間

■時■分

合格点

80点

2乗して  $a$  になる数が  $\sqrt{a}$  なので、実数では  $a \geq 0$  になりますが、 $a < 0$  になる数を虚数(きょすう)といいます。

解の公式は  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  なので、 $\sqrt{\quad}$  の中の符号を調べると、実数解が分かります。

方程式の実数解を調べる式を判別式といい、 $D = b^2 - 4ac$  で求めます。

$D > 0$  のとき実数解は2個、 $D = 0$  のとき実数解は1個、 $D < 0$  のとき実数解は0個になります。

$D = 0$  のときの解を重解(じゅうかい)といいます。

二次方程式の実数解の個数をかきましょう。(4点×15問=60点)

例	$3x^2 + 5x + 9 = 0$ $D = 5^2 - 4 \times 3 \times 9$ $= 25 - 108 = -83$ 実数解は0個	①	$x^2 + 6x + 9 = 0$ $D = 6^2 - 4 \times 1 \times 9$ $= 36 - 36 = 0$ 実数解は1個	②	$2x^2 + 3x + 5 = 0$ $D = 3^2 - 4 \times 2 \times 5$ $= 9 - 40 = -31$ 実数解は0個	③	$5x^2 + 9x + 2 = 0$ $D = 9^2 - 4 \times 5 \times 2$ $= 81 - 40 = 41$ 実数解は2個
④	$2x^2 + 4x - 7 = 0$ $D = 4^2 - 4 \times 2 \times (-7)$ $= 16 + 56 = 72$ 実数解は2個	⑤	$3x^2 + 7x - 1 = 0$ $D = 7^2 - 4 \times 3 \times (-1)$ $= 49 + 12 = 61$ 実数解は2個	⑥	$x^2 + 8x - 5 = 0$ $D = 8^2 - 4 \times 1 \times (-5)$ $= 64 + 20 = 84$ 実数解は2個	⑦	$4x^2 + x - 3 = 0$ $D = 1^2 - 4 \times 4 \times (-3)$ $= 1 + 48 = 49$ 実数解は2個
⑧	$5x^2 - 2x + 8 = 0$ $D = (-2)^2 - 4 \times 5 \times 8$ $= 4 - 160 = -156$ 実数解は0個	⑨	$5x^2 - 10x + 5 = 0$ $D = (-10)^2 - 4 \times 5 \times 5$ $= 100 - 100 = 0$ 実数解は1個	⑩	$6x^2 - 3x + 1 = 0$ $D = (-3)^2 - 4 \times 6 \times 1$ $= 9 - 24 = -15$ 実数解は0個	⑪	$2x^2 - 6x + 4 = 0$ $D = (-6)^2 - 4 \times 2 \times 4$ $= 36 - 32 = 4$ 実数解は2個
⑫	$x^2 - 7x - 6 = 0$ $D = (-7)^2 - 4 \times 1 \times (-6)$ $= 49 + 24 = 73$ 実数解は2個	⑬	$3x^2 - 4x - 9 = 0$ $D = (-4)^2 - 4 \times 3 \times (-9)$ $= 16 + 108 = 124$ 実数解は2個	⑭	$4x^2 - x - 2 = 0$ $D = (-1)^2 - 4 \times 4 \times (-2)$ $= 1 + 32 = 33$ 実数解は2個	⑮	$7x^2 - 8x - 4 = 0$ $D = (-8)^2 - 4 \times 7 \times (-4)$ $= 64 + 112 = 176$ 実数解は2個

次の二次方程式が異なる2つの実数解をもつとき、定数  $m$  の範囲を求めましょう。(5点×3問=15点)

例	$3x^2 - 5x + m = 0$ $(-5)^2 - 4 \times 3 \times m > 0$ $25 - 12m > 0$ $-12m > -25$ $m < \frac{25}{12}$	①	$x^2 + 4x + m = 0$ $4^2 - 4 \times 1 \times m > 0$ $16 - 4m > 0$ $-4m > -16$ $m < 4$	②	$2x^2 + 6x - m = 0$ $6^2 + 4 \times 2 \times m > 0$ $36 + 8m > 0$ $8m > -36$ $m > -\frac{9}{2}$	③	$5x^2 - 7x - m = 0$ $(-7)^2 + 4 \times 5 \times m > 0$ $49 + 20m > 0$ $20m > -49$ $m < -\frac{49}{20}$
---	--	---	--	---	---	---	--

次の二次方程式が重解をもつとき、定数  $m$  の値を求めましょう。(5点×3問=15点)

例	$2x^2 + 8x - m = 0$ $8^2 + 4 \times 2 \times m = 0$ $64 + 8m = 0$ $8m = -64$ $m = -8$	①	$5x^2 + 2x + m = 0$ $2^2 - 4 \times 5 \times m = 0$ $4 - 20m = 0$ $-20m = -4$ $m = \frac{1}{5}$	②	$4x^2 - 6x + m = 0$ $(-6)^2 - 4 \times 4 \times m = 0$ $36 - 16m = 0$ $-16m = -36$ $m = \frac{9}{4}$	③	$6x^2 - 9x - m = 0$ $(-9)^2 + 4 \times 6 \times m = 0$ $81 + 24m = 0$ $24m = -81$ $m = -\frac{27}{8}$
---	---	---	---	---	--	---	---

( )にあう数や語句をかきましょう。(5点×2問=10点)

- ① 方程式の実数解を調べる式を判別式といい、 $D = (\quad b^2 - 4ac \quad)$  で求めます。
- ②  $D > 0$  のとき実数解は( 2 )個、 $D = 0$  のとき実数解は( 1 )個、 $D < 0$  のとき実数解は( 0 )個になります。

文章問題は、図に表すと分かりやすくなります。

問題に答えましょう。(20点×5問=100点)

例 長さ14cmの直線AB上に点Pをとり、AP、PBをそれぞれ1辺とする正方形を作ります。

2つの正方形の面積の和が $106\text{cm}^2$ であるとき、APの長さを求めましょう。(AP>PBとする)

AP=xとすると、PB=14-x

AP>PBより、 $x > 14-x$ なので、 $x > 7$ …①

$$x^2 + (14-x)^2 = 106\text{cm}^2$$

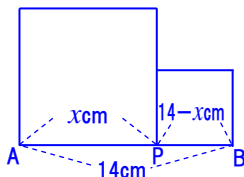
$$x^2 + 196 - 28x + x^2 - 106 = 0$$

$$2x^2 - 28x + 90 = 0$$

$$x^2 - 14x + 45 = 0$$

$$(x-9)(x-5) = 0 \quad x=9, 5$$

①より $x=9$ 、よってAP=9cm



① 長さ10cmの直線AB上に点Pをとり、AP、PBをそれぞれ1辺とする正方形を作ります。

2つの正方形の面積の和が $60\text{cm}^2$ であるとき、APの長さを求めましょう。(AP>PBとする)

AP=xとすると、PB=10-x

AP>PBより、 $x > 10-x$ なので、 $x > 5$ …①

$$x^2 + (10-x)^2 = 60\text{cm}^2$$

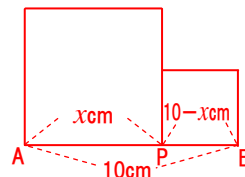
$$x^2 + 100 - 20x + x^2 - 60 = 0$$

$$2x^2 - 20x + 40 = 0$$

$$x^2 - 10x + 20 = 0$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \times 1 \times 20}}{2 \times 1} = \frac{10 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 5 \pm \sqrt{5}$$

①より $x=5+\sqrt{5}$ 、よってAP= $5+\sqrt{5}$ cm



② 縦AB=1とする縦長の長方形ABCDから、横BCを1辺とする正方形BCEFを切り取ります。残りの長方形ADEFと長方形ABCDが相似になるとき、辺BCの長さを求めましょう。

BC=xとすると、DE=1-x

ADEF $\sim$ ABCDなので、

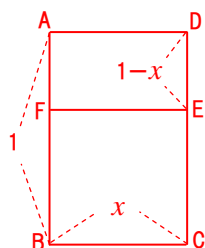
$$AD : AB = DE : BC$$

$$x : 1 = 1-x : x$$

$$\text{よって、} x^2 + x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$0 < x \text{ なので } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}、\text{よって } BC = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$



③ AB=AC、BC=1の二等辺三角形ABCで、辺AC上にAD=1となる点Dをとります。△BCDと△ABCが相似になるとき、辺ABの長さを求めましょう。

AB=AC=xとすると、CD=x-1

△BCD $\sim$ △ABCなので、

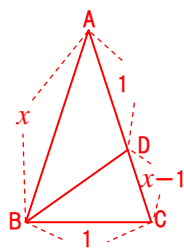
$$BC : AB = CD : BC$$

$$1 : x = x-1 : 1$$

$$\text{よって、} x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$0 < x \text{ なので } x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}、\text{よって } AB = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$



④ 横が縦より4cm長い長方形の紙があります。この紙の4隅から1辺3cmの正方形を切り取り、直方体をつくと、容積は $63\text{cm}^3$ になります。このとき、長方形の縦の長さを求めましょう。

縦をxとすると、横はx+4

容積は底面積×高さなので、

$$(x-6) \times (x+4-6) \times 3 = 63$$

$$(x-6) \times (x-2) = 21$$

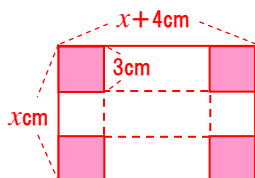
$$x^2 - 8x + 12 = 21$$

$$x^2 - 8x - 9 = 0$$

$$(x+1)(x-9) = 0$$

$$x = -1, 9$$

$0 < x$  なので  $x=9$ 、よって縦の長さ=9cm



⑤ 縦と横の比が1:2の長方形の紙があります。この紙の4隅から1辺2cmの正方形を切り取り、直方体をつくと、容積は $60\text{cm}^3$ になります。このとき、長方形の縦の長さを求めましょう。

縦をxとすると、横は2x

容積は底面積×高さなので、

$$(x-4) \times (2x-4) \times 2 = 60$$

$$(x-4) \times (2x-4) = 30$$

$$2x^2 - 12x + 16 = 30$$

$$x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$(x+1)(x-7) = 0$$

$$x = -1, 7$$

$0 < x$  なので  $x=7$ 、よって縦の長さ=7cm

